Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotisch-wahrscheinlichkeitstheoretische Operationen

1. Ich hatte bereits in einer früheren Arbeit (Toth 2009c) darauf aufmerksam gemacht, dass es möglich ist, dimensionierte Zeichenklassen zu addieren. In dieser Arbeit soll gezeigt werden, dass die logischen Operationen Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation und Äquivalenz auch für die semiotische Wahrscheinlichkeitslogik definierbar sind.

2. Wir definieren ZA als die Menge aller zulässigen semiotischen Ausdrücke (monadische, dyadische, triadische, evtl. tetradische Relationen). Die Menge aller ZA soll Ω heissen. Dann ordnet der δ-Operator

$$\delta: \Omega \rightarrow [1/6; 1]$$

jedem ZA einen semiotischen Wahrscheinlichkeitswert aus dem semiotischen Einheitsintervall zu. Man beachte, dass nach Toth (2009a) die semiotische Logik eine Logik ohne Nichts ist, und dass sie, auch wenn eine semiotische Negation über den Exklusor eingeführt wird, nie den absoluten Nullpunkt des das Nichts designierenden Wertes erreicht (Toth 2009b). Ferner beachte man, dass Ω streng genommen über drei Einheitsintervallen operiert, auch wenn diese schliesslich numerisch identisch sind, nämlich die Einheitsintervalle der drei Modalkategorien Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit.

2.1. Trotz dieser Einschränkung können wir die semiotisch-logische Negation wie folgt definieren:

$$\neg := \delta(\neg a) = 1-\delta(a)$$

Nehmen wir als Bespiel die Zeichenklasse

1. $((1/6)\ 3.1\ (1/6)\ 2.1\ (4/6)\ 1.1))$

Wir müssen also 3 Negationen, nämlich die Negation der Notwendigkeit, die Negation der Wirklichkeit und die Negation der Möglichkeit gesondert ausrechnen:

$\neg((1/6)\ 3.1) = 5/6\ (3.1)$
$\neg((1/6)\ 2.1) = 5/6\ (2.1)$
$\neg((4/6)\ 1.1) = 2/6\ (1.1)$

Die einzigen Zeichenklassen, bei denen die drei Negationen identisch sind, sind die eigenreale und die kategorienreale Klasse:

$\neg((2/6)\ 3.1) = 4/6\ (3.1)$	$\neg((2/6)\ 3.3) = 4/6\ (3.3)$
$\neg((2/6)\ 2.2) = 4/6\ (2.2)$	$\neg((2/6)\ 2.2) = 4/6\ (2.2)$
$\neg((2/6)\ 1.3) = 4/6\ (1.3)$	$\neg((2/6)\ 1.1) = 4/6\ (1.1)$

2.2. Wir können die semiotisch-logische Konjunktion wie folgt definieren:

$\wedge := \delta(a \wedge b) = \min(\delta(a), \delta(b))$

Hier ergeben sich wegen der Triadizität der Zeichenklassen wiederum drei Möglichkeiten. Nehmen wir als Beispiel die Zeichenklasse

2. ((1/6) 3.1 (2/6) 2.1 (3/6) 1.2)) × ((3/6) 2.1 (2/6) 1.2 (1/6) 1.3))

Die drei möglichen Konjunktionen sind:

$\delta((1/6) \wedge (2/6)) = \min((1/6), (2/6)) = (1/6)$
$\delta((1/6) \wedge (3/6)) = \min((1/6), (3/6)) = (1/6)$
$\delta((2/6) \wedge (3/6)) = \min((2/6), (3/6)) = (2/6)$

2.3. Entsprechend definieren wir die semiotische-logische Disjunktion wie folgt:

$\vee := \delta(a \vee b) = \max(\delta(a), \delta(b))$

Wenn wir wiederum die gleiche Zeichenklasse nehmen, ergeben sich die drei möglichen Disjunktionen als:

$\delta((1/6) \vee (2/6)) = \max((1/6), (2/6)) = (2/6)$
$\delta((1/6) \vee (3/6)) = \max((1/6), (3/6)) = (3/6)$
$\delta((2/6) \vee (3/6)) = \max((2/6), (3/6)) = (3/6)$

2.4. Wir kommen zur semiotisch-logischen Implikation:

$\rightarrow := \delta(a \rightarrow b) = \min(1, 1 + \delta(b) - \delta(a))$

Auch hier haben wir wegen der Triadizität der Zeichenklassen drei Möglichkeiten:

$\delta((1/6) \rightarrow (2/6)) = \min(1, 1 + (2/6 - 1/6) = 1$
$\delta((1/6) \rightarrow (3/6)) = \min(1, 1 + (3/6 - 1/6) = 1$
$\delta((2/6) \rightarrow (3/6)) = \min(1, 1 + (3/6 - 2/6) = 1$

2.5. Zuletzt definieren wir die semiotisch-logische Äquivalenz:

$\leftrightarrow := \delta(a \leftrightarrow b) = 1 – [\delta(a) - \delta(b)]$

$\delta((1/6) \leftrightarrow (2/6)) = 1 – [(1/6 - 2/6)] = 1 – (-1/6) = 1\ 1/6$
$\delta((1/6) \leftrightarrow (3/6)) = 1 – [(1/6 - 3/6)] = 1 – (-2/6) = 1\ 2/6$
$\delta((2/6) \leftrightarrow (3/6)) = 1 – [2/6) - 3/6)] = 1 – (-1/6) = 1\ 1/6$

Bibliogaphie

Toth, Alfred, Semiotik und Wahrscheinlichkeitslogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009b)

Toth, Alfred, Wahrscheinlichkeitslogische Komplementarität. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009c)